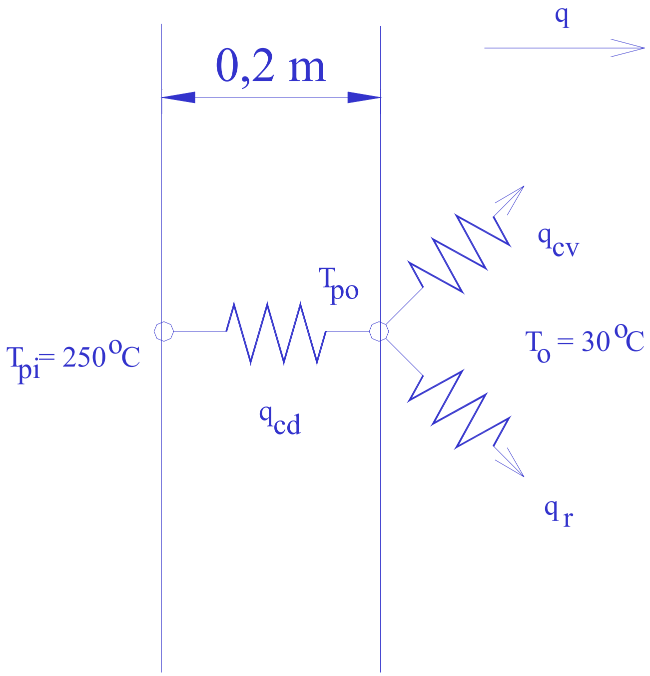
EXERCÍCIOS

Método iterativo para determinação da temperatura da parede

Exemplo 1.8 – Uma estufa de secagem em forma de paralelepípedo, apoiada no solo tem altura de 2m, 20 m de comprimento e 3m de largura. A face interna está a 250 °C e o ar ambiente está a 30 °C. As paredes tem espessura de 20 cm. Qual será o fluxo de calor pelas paredes laterais?

Comentários: Em regime permanente, o calor que chega à superfície interna da parede, atravessa-a por condução e quando chega à face externa se dissipa por convecção natural e radiação.



A equação de conservação da energia em regime permanente fornece:

$$q_{cd} = q_{cv} + q_r$$

$$q_{cd} = \frac{kA}{x}\left(T_{pi} - T_{po}\right)$$

$$q_{cv} = hA\left(T_{po} - T_o\right)$$

$$q_r = h_r A\left(T_{po} - T_o\right)$$

q_r = calor perdido por radiação que admitiremos desprezível para facilitar o cálculo. O cálculo exato é feito incluindo q_r, mas o roteiro de cálculo não se modifica substancialmente se o desprezarmos.

Solução:

Na parede: $q_{cd} = \frac{0,06}{0,2} \cdot 80(250 - T_{po})$ (eq. A) com q_{cd} e T_{po} desconhecidos

Da parede para o ar o fluxo térmico é: $q_{cv} = h \cdot 80(T_{po} - 30)$

No equilíbrio $q_{cd} = q_{cv} = q$ (eq. B)

O valor de h para paredes verticais pode ser obtido por $h = 0,93(T_{po} - 30)^{0,33}$ (eq. C)

Portanto: $q_{cv} = 0,93 \cdot 80(T_{po} - 30)^{1,33}$ (eq. D)

Combinando as equações A, B e D resulta

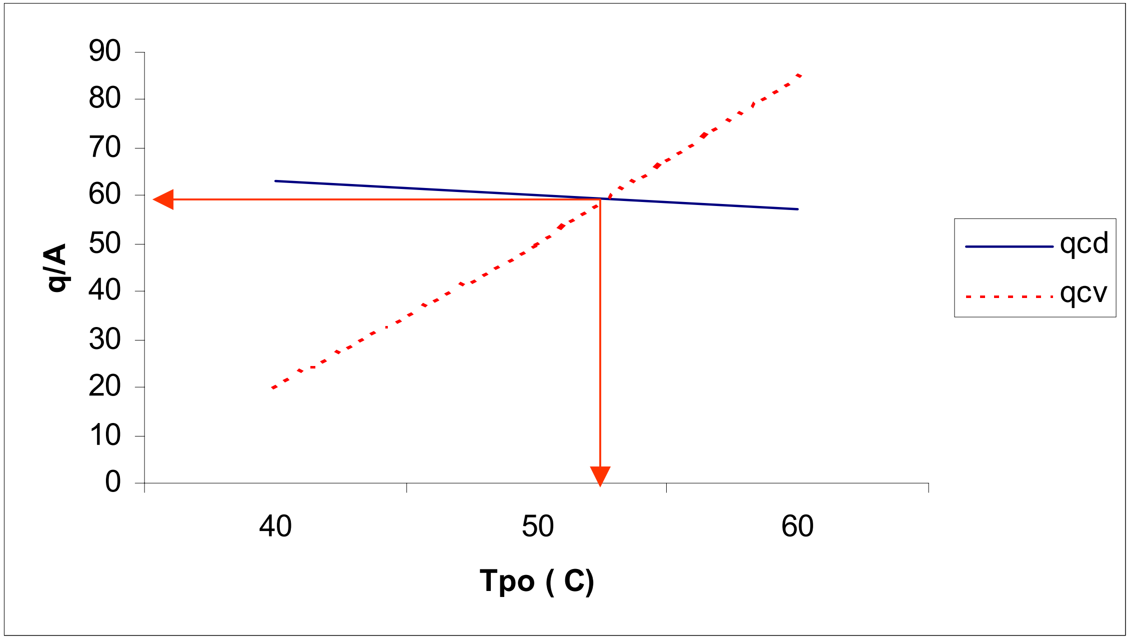
$$24(250 - T_{po}) = 74,4(T_{po} - 30)^{1,33}$$

Resolvendo por tentativas tem-se o quadro resumo:

$$24\left(250-T_{po}\right)=74{,}4\left(T_{po}-30\right)^{1,33}$$

T_{po} (°C)	q_{cd}	q_{cv}	q_{cd}/A	q_{cv}/A
40	5040	1592	63	19,9
50	4800	4000	60	50
60	4560	6856	57	85,7

Construindo um gráfico de q_{cd}, q_{cv} em função de T_{po}



O fluxo de calor será:

$$q=59\times 80=4720\ {kcal}/{h}$$

Temperatura da parede externa

$$T_{po}=53\ °C$$

encontramos o valor onde de $q_{cd}=q_{cv}$, isto é: 53 °C onde $q_{cd}/A=q_{cv}/A=59\ {kcal}/{h.m^2}$

Se levássemos em conta também a radiação o valor de T_{po} seria de aproximadamente 40 °C

O valor de U_o pode ser calculado por

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_o} + \frac{x}{k}}$$

com $x = 0{,}20\ m$; $k = 0{,}06\ \frac{kcal}{h.m}$,

$h_o = 0{,}93(T_{po} - 30)^{0,33}$ e $T_{po} = 53$ °C, resulta: $h_o = 2{,}6\ \frac{kcal}{h.m^2.^oC}$

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{2{,}6} + \frac{0{,}2}{0{,}06}} = 0{,}27\ \frac{kcal}{h.m^2.^oC}$$

e recalculando q pela equação 1.31

$$q = U_o A \Delta T_{total} = 0{,}27 \times 80(250 - 30) = 4752\ \frac{kcal}{h}$$

Exemplo 1.9 – Água quente escoa dentro de uma tubulação metálica horizontal isolada.

Dados:

Temperatura média da água na secção: 90 °C

Temperatura do ar ambiente: 25 °C

Condutividade térmica do metal: 30 *kcal/h.m.°C*

Condutividade térmica do isolante: 0,5 *kcal/h.m.°C*

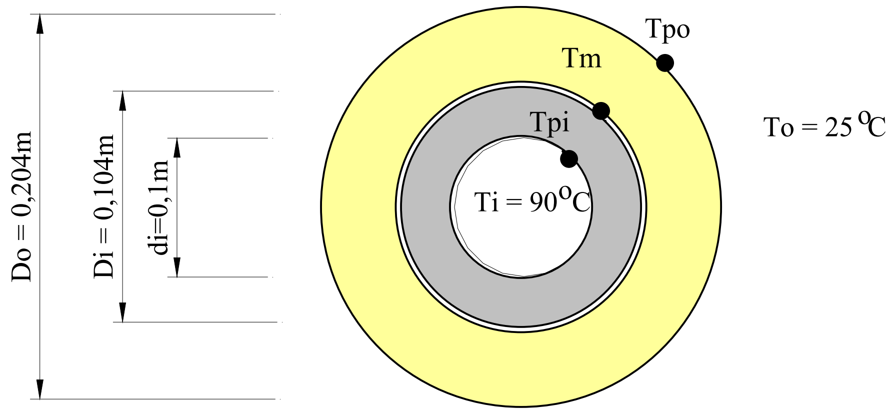
Espessura do isolante: 0,05 *m*

Diâmetro interno do tubo: 0,10 *m*

Diâmetro externo do tubo: 0,104 *m*

Velocidade da água no tubo: 0,155 *m/s*

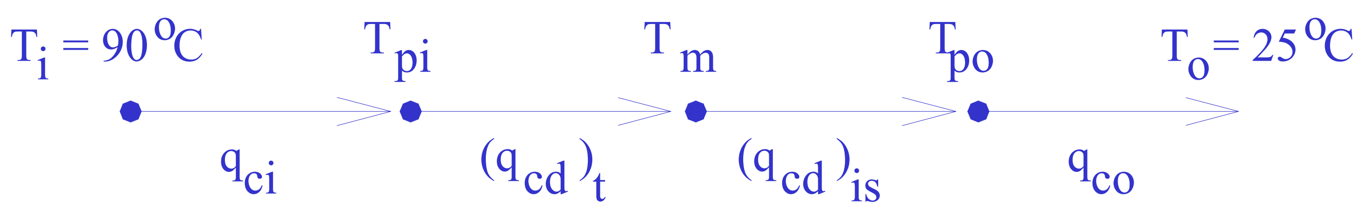
Calcular o coeficiente global de troca térmica e o fluxo de calor por metro linear de tubo *kcal/h.m*



Solução: Os mecanismos envolvidos na passagem do calor da água quente até o ar ambiente são:

- convecção forçada dentro do tubo (q_{ci}), sem mudança de fase
- condução através da parede do tubo $(q_{cd})_t$
- condução através do isolante $(q_{cd})_{is}$
- convecção natural (q_{co}) do isolante para o ar ambiente
- radiação da parede do isolante para o ar, simultaneamente com a convecção natural. Embora este fluxo não seja desprezível, para simplificar os cálculos o consideraremos nulo.

Esquematicamente, os mecanismos e as variáveis podem ser representados:



Cálculo de U_o

$$U_o = \frac{1}{\dfrac{A_o}{A_i}\dfrac{1}{h_i} + \left(\dfrac{A_o}{A_{ml}}\dfrac{x}{k}\right)_t + \left(\dfrac{A_o}{A_{ml}}\dfrac{x}{k}\right)_{is} + \dfrac{1}{h_o}}$$

- É necessário o conhecimento de h_i e h_o.
- As demais variáveis são facilmente obtidas.

$$h_i = f\left(T_{pi}\right) \qquad \text{(a)}$$

$$h_o = f\left(T_{po}\right) \qquad \text{(b)}$$

Os valores de T_{pi} e T_{po} que satisfazem ao problema são aqueles que tornam verdadeira a equação:

$$q_{ci} = \left(q_{cd}\right)_t = \left(q_{cd}\right)_{is} = q_{co}$$

$$q_{ci} = (q_{cd})_t = (q_{cd})_{is} = q_{co}$$

com:

$$q_{ci} = h_i A_i (T_i - T_{pi}) = h_i \cdot \pi .0,10.L(90 - T_{pi}) \qquad \text{(c)}$$

$$(q_{cd})_t = \frac{k}{x_t} A_{ml} (T_{pi} - T_m) = \frac{30}{0,002} \pi .0,102.L(T_{pi} - T_m) \qquad \text{(d)}$$

$$(q_{cd})_{is} = \frac{k}{x_{is}} A_{ml} (T_m - T_{po}) = \frac{0,5}{0,05} \pi .0,148.L(T_m - T_{po}) \qquad \text{(e)}$$

$$q_{co} = h_o A_o (T_{po} - T_o) = h_o \cdot \pi .0,204.L(T_{po} - 25) \qquad \text{(f)}$$

Esquematicamente o roteiro da solução é:

Admitir T_{pi}

$$T_{pi} \xrightarrow{(a)} h_i \xrightarrow{(c)} q_{ci} \longrightarrow q_{cd} = q_{ci}$$

$$q_{cd} \xrightarrow{(d)} T_m \longrightarrow (q_{cd})_t = (q_{cd})_{is}$$

$$(q_{cd})_{is} \xrightarrow{(e)} T_{po} \xrightarrow{(b)} h_o \xrightarrow{(f)} q_{co}$$

A partir de um valor arbitrado para T_{pi} obtemos um fluxo de calor q_{ci}/L

e outro q_{co}/L

Se esses fluxos térmicos forem diferentes, continuar as tentativas até encontrar

$$q_{ci} = q_{co}$$

Cálculo

A_o = área externa do tubo isolado = $\pi.L.0{,}204 \quad m^2$

A_i = área interna do tubo metálico = $\pi.L.0{,}10 \quad m^2$

$(A_{ml})_t$ = área média do tubo = $\pi.d_{ml}.L = \pi.L\dfrac{(D_i - d_i)}{\ln\left(\dfrac{D_i}{d_i}\right)} = \pi.L.0{,}102\, m^2$

$(A_{ml})_{is}$ = área média do isolante = $\pi.D_{ml}.L = \pi.L\dfrac{(D_o - D_i)}{\ln\left(\dfrac{D_o}{D_i}\right)} = \pi.L.0{,}148\, m^2$

$$\left(\frac{x}{k}\frac{A_o}{A_{ml}}\right)_t = \frac{0{,}002}{30}.\frac{\pi.L.0{,}204}{\pi.L.0{,}102} = 0{,}000133\, h.m^2.^oC/kcal$$

$$\left(\frac{x}{k}\frac{A_o}{A_{ml}}\right)_{is} = \frac{0{,}05}{0{,}5}.\frac{\pi.L.0{,}204}{\pi.L.0{,}148} = 0{,}137\, h.m^2.^oC/kcal$$

Cálculo de h_i

Verificação do regime de escoamento:

$$Re = \frac{d_i.V.\rho}{\mu} = \frac{10 \times 15,5 \times 1,0}{0,31 \times 10^{-2}} = 50000$$

Regime turbulento, portanto vale a expressão

$$Nu = \frac{h_i.d_i}{k} = 0,023\, Re^{0,8}\, Pr^{0,33} \left(\frac{\mu_{90}}{\mu_{Tpi}} \right)^{0,14}$$

Com:

$d_i = 0,10\ m$

k = condutividade térmica da água a 90 °C = 0,58 $kcal/h.m.^oC$

$Re^{0,8} = 5743$

μ = viscosidade da água a 90 °C = 0,31 $\times 10^{-3}\ kg/m.s$

C_p = calor específico da água a 90 °C = 0,95 $kcal/kg.^oC$

$$Pr^{0,33} = \left(\frac{C_p.\mu}{k} \right)^{0,33} = \left(\frac{0,95 \times 0,31 \times 10^{-3} \times 3600}{0,58} \right)^{0,33} = 1,22$$

Adotando T_{pi} = 89 °C, resulta: $\mu_{89} = 0{,}31 \times 10^{-3} \, kg/m.s$

$$\left(\frac{\mu_{90}}{\mu_{89}}\right)^{0,14} = \left(\frac{0{,}31}{0{,}31}\right)^{0,14} \cong 1{,}0$$

Esses valores levados na expressão de h_i, resulta $h_i = 935 \, kcal/h.m^2.{}^oC$

Cálculo de T_m e T_{po}

Como o calor q_{ci} que chega a parede do tubo atravessa-o, podemos igualar as equações (c) e (d) e obter T_m

$$935(\pi.L.0{,}10)(90-89) = \frac{30}{0{,}002}(\pi.L.0{,}102)(89-T_m) \qquad T_m = 89 - 0{,}06 = 88{,}94 \; {}^oC$$

isto é, basta uma diferença de 0,06 °C para que ocorra na parede metálica o fluxo de calor que chega (q_{ci})

Igualando as equações (c) e (e) poderemos obter T_{po}

$$935(\pi.L.0{,}10)(90-89)=\frac{0{,}5}{0{,}05}(\pi.L.0{,}148)(88{,}94-T_{po}) \qquad T_{po}=25{,}76\ {}^oC$$

Tendo o valor de T_{po} podemos agora avaliar h_o

Cálculo de h_o

Sendo a convecção natural, de um cilindro horizontal imerso em ar, podemos usar a expressão simplificada válida para tubos desde ½” até 10” e para temperaturas menores que 400 °C:

$$h_o=0{,}94(T_{po}-T_0)^{0,25}$$ com T_o em °C e h_o em $kcal/h.m^2.{}^oC$

$$h_o=0{,}94(25{,}8-25)^{0,25}=0{,}88\ kcal/h.m^2.{}^oC$$

Cálculo de verificação do valor admitido (T_{pi} =89°C)

$$\frac{q_{ci}}{L} = 935(\pi.0,10)(90-89) = 293,7\,{}^{kcal}\!/_{h.m}$$

$$\frac{q_{co}}{L} = 0,88(\pi.0,204)(25,76-25) = 0,4\,{}^{kcal}\!/_{h.m}$$

Por esta 1ª tentativa para T_{pi} verificamos que o fluxo de calor que sai da água e vai para o tubo metálico é $\longrightarrow$ $293,7\,{}^{kcal}\!/_{h.m}$

enquanto que o que sai por convecção natural da face externa do isolante é de apenas $\longrightarrow$ $0,4\,{}^{kcal}\!/_{h.m}$

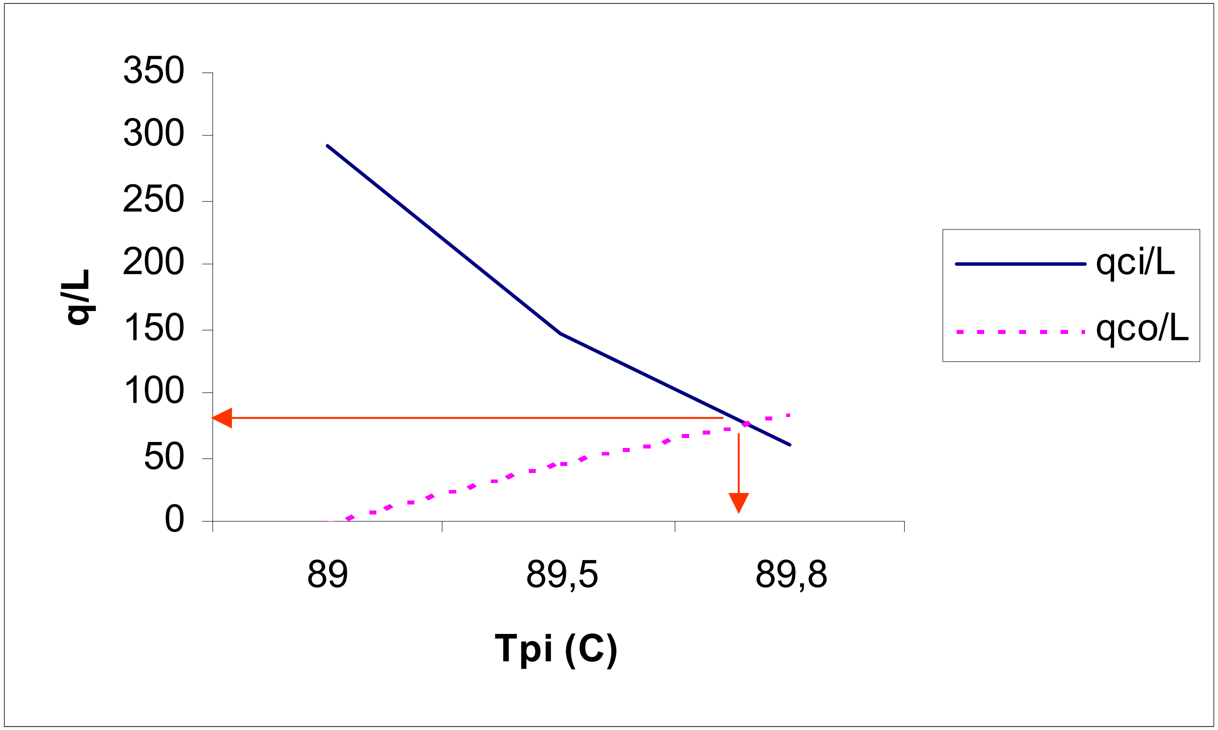
É fácil ver que a igualdade dos fluxos somente ocorrerá se q_{ci} diminuir, isto é, se T_{pi} for maior que 89 °C

Para outros valores de T_{pi} podemos construir a tabela

T_{pi} (°C)	h_i	q_{ci}/L	T_m	T_{po}	h_o	q_{co}/L
89	935	293,4	88,9	25,76	0,88	0,4
89,5	935	146,9	89	57,41	2,24	46,6
89,8	935	58,7	89	76,4	2,53	82,9

Com esses valores podemos encontrar o valor de T_{pi} que torna verdadeira a igualdade

$$q_{ci} = q_{co}$$



$$\frac{\dot{q}}{L} = 77\, {kcal}/{h.m}$$

$$T_{pi} = 89{,}7\ °C$$

Os valores de *h* serão então:

$$h_i = 935 \, {}^{kcal}\!\!\diagup_{h.m^2.^oC} \qquad h_o = 2{,}44 \, {}^{kcal}\!\!\diagup_{h.m^2.^oC}$$

com T_{po} =70,7°C

O valor de U_o será finalmente:

$$U_o = \frac{1}{\frac{0{,}204}{0{,}10}\frac{1}{935} + \left(\frac{0{,}05}{0{,}5}\frac{0{,}204}{0{,}148}\right) + \left(\frac{0{,}002}{30}\frac{0{,}204}{0{,}102}\right) + \frac{1}{2{,}44}}$$

$$U_o = \frac{1}{0{,}0022 + 0{,}137 + 0{,}000133 + 0{,}41} = \frac{1}{0{,}55} = 1{,}82 \, {}^{kcal}\!\!\diagup_{h.m^2.^oC}$$

Na expressão de U_o pode-se observar que as resistências devido à condução no tubo e convecção forçada na água são desprezíveis. Em termos práticos isto significa que poderíamos admitir a temperatura da face externa do tubo (T_m) praticamente igual à da água T_i (90°C). Neste caso a solução do problema poderia ser feita pela solução da equação:

$$\left(q_{cd}\right)_{is} = q_{co}$$

$$\frac{0,5}{0,05}\pi.L.0,148\left(90 - T_{po}\right) = h_o.\pi.L.0,204\left(T_{po} - 25\right)$$

mas $h_o = 0,94\left(T_{po} - T_0\right)^{0,25}$, resultando

$$1,48\left(90 - T_{po}\right) = 0,19\left(T_{po} - 25\right)^{1,25}$$

Isto é, T_{po} = 70 °C em lugar de 70,7 °C da solução correta.